

鶴川第二中学校

2024 年 2 学期中間テスト

3 年数学 解答解説

- ・ この解説は個別学習塾^{フォーカスワン}FOCUS01が作成したものです。
- ・ 定期テストの復習用としてご使用ください。
- ・ 現在 FOCUS01 にお通いでない方でも使用可能です。
- ・ 問題用紙は自身でご用意をお願いいたします。
- ・ 内容に誤りがあった場合は、訂正の上、再度アップロードいたします。
- ・ FOCUS01 では無料体験授業を実施中です。もしご興味がありましたら、
当塾ホームページか公式 LINE からお気軽にお問い合わせください。

[1]

(1)

$$\begin{aligned} \textcircled{1} & (\sqrt{5} - \sqrt{10}) \times \sqrt{2} \\ & = \sqrt{10} - \sqrt{20} \\ & = \sqrt{10} - 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} & (\sqrt{11} - 2)^2 \\ & = 11 - 4\sqrt{11} + 4 \\ & = 15 - 4\sqrt{11} \end{aligned}$$

(1)②

乗法公式 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

を利用しましょう。

(2)

$$\begin{aligned} \textcircled{1} & (x + 3)^2 = 5 \\ & x + 3 = \pm\sqrt{5} \\ & x = -3 \pm \sqrt{5} \end{aligned}$$

(2)①

平方根をとる際に±を付け忘れないようにしましょう。

$$\begin{aligned} \textcircled{2} & x^2 - 6x + 8 = 0 \\ & (x - 2)(x - 4) = 0 \\ & x = 2, 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} & 2x^2 + 3x - 5 = 0 \\ & x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 40}}{4} \\ & x = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{4} \\ & x = \frac{-3 \pm 7}{4} \\ & x = 1, -\frac{5}{2} \end{aligned}$$

(2)③

因数分解できなさそうであれば、
2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解の公式

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

を利用しましょう。

また、根号がとれる場合は最後まで計算しきるのを忘れてはいけません。

$$\begin{aligned} \textcircled{4} & (x - 3)(3x + 2) = 0 \\ & x = 3, -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} & x^2 - 44x + 430 = 0 \\ & x^2 - 44x = -430 \\ & (x - 22)^2 - 484 = -430 \\ & (x - 22)^2 = 54 \\ & x - 22 = \pm\sqrt{54} \\ & x - 22 = \pm 3\sqrt{6} \\ & x = 22 \pm 3\sqrt{6} \end{aligned}$$

(2)⑤

珍しいパターンですが、因数分解ができず、
解の公式を使うと数が大きくなってしまう時は、
平方完成をすると計算量が少なく済みます。

$$\textcircled{6} \quad 2x^2 - 2x = 1 - 5x$$

$$2x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+8}}{4}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$\textcircled{7} \quad 4(x+2)^2 - 8(x+2) = 0$$

$A = x + 2$ とおくと

$$4A^2 - 8A = 0$$

$$A^2 - 2A = 0$$

$$A(A - 2) = 0$$

$$(x + 2)(x + 2 - 2) = 0$$

$$x(x + 2) = 0$$

$$x = 0, -2$$

(2)⑦

計算が複雑になりそうなときは、置き換えを利用して、式を整理してから代入すると計算の手間が少なく済みます。

[2]

(1)

① 底面には $x \text{ cm}$ の辺が上下合わせて 8 本あり、残りは側面の高さ 6 cm の辺が 4 本。

よって、 $y = 8x + 24$

② 柱体の表面積は「底面積 $\times 2$ + 側面積」で求められる。

底面は 1 辺 $x \text{ cm}$ の正方形なので、底面積 = $x^2 \text{ cm}^2$

側面は縦 6 cm 横 $4x \text{ cm}$ の長方形なので、側面積 = $6 \times 4x = 24x \text{ cm}^2$

よって、求める表面積は $y = x^2 \times 2 + 6 \times 4x = 2x^2 + 24x \text{ cm}^2$

③ 柱体の体積は「底面積 \times 高さ」で求められる。

②より、底面積 = $x^2 \text{ cm}^2$

高さは 6 cm なので、求める体積は $y = x^2 \times 6 = 6x^2 \text{ cm}^2$

この中で、 y が x の 2 乗に比例するもの、つまり $y = ax^2$ で表されているものは③。

(2)

y が x の2乗に比例とあるので、 $y = ax^2$ で表される。

$x = -2, y = 12$ を代入すると

$$12 = 4a$$

$$a = 3$$

よって、 $y = 3x^2$

(3)

① 変化の割合は $\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ で求めることができる。

$y = 2x^2$ について

$x = 1$ のとき、 $y = 2$

$x = 3$ のとき、 $y = 18$

よって求める変化の割合は

$$\frac{18 - 2}{3 - 1} = \frac{16}{2} = \mathbf{8}$$

② 変化の割合は $\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ で求めることができる。

$y = 2x^2$ について

$x = -4$ のとき、 $y = 32$

$x = -1$ のとき、 $y = 2$

よって求める変化の割合は

$$\frac{2 - 32}{-1 - (-4)} = \frac{-30}{3} = \mathbf{-10}$$

(3)

1次関数では変化の割合は常に比例定数と等しいといえましたが、

$y = ax^2$ では変化の割合は x の変域によって異なります。

(3)②

変化量を考える時は「変化後－変化前」です。

「大－小」ではないので、注意しましょう。

変化の割合はマイナスにもなります。

[3]

半径を r , 円周率を π とすると、球の表面積 S と体積 V は次の公式で求められる。

$$S = 4\pi r^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$S = 4\pi r^2 = 48\pi$$

$$r^2 = 12$$

半径は必ず正の数となるため、 $r > 0$ より、

$$r = 2\sqrt{3}$$

これを $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ に代入

$$V = \frac{4}{3}\pi \times (2\sqrt{3})^3$$

$$V = \frac{4}{3}\pi \times 24\sqrt{3}$$

$$V = 32\sqrt{3}\pi$$

よって、体積は $32\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$

[3]

表面積の数値がわかっているので、

「表面積から半径を求める」

→ 「半径から体積を求める」

という順番で進めていきます。

[4]

- ① 点 P は点 A を出発して秒速 3cm で点 B まで動くので、 x 秒後の線分 AP の長さは $3x$ cm と表せる。
求めたいのは線分 PB の長さで、 $PB=AB-AP$ より

$$PB=12-3x$$

- ② $\triangle PBQ$ の面積は $PB \times QB \times \frac{1}{2}$ で求められる。

$$PB = 12 - 3x \quad QB = 2x \quad \text{より、}$$

$$\triangle PBQ \text{ の面積} = (12 - 3x) \times 2x \times \frac{1}{2}$$

- ③ ②より $-3x^2 + 12x = 7$ が成り立つ。

$$-3x^2 + 12x - 7 = 0$$

$$3x^2 - 12x + 7 = 0$$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 84}}{6}$$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{60}}{6}$$

$$x = \frac{12 \pm 2\sqrt{15}}{6}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{15}}{3}$$

これはどちらも $0 \leq x \leq 4$ を満たす。

よって、答えは $\frac{6-\sqrt{15}}{3}$ 秒後と $\frac{6+\sqrt{15}}{3}$ 秒後

[4]

点 P は 4 秒後に点 B に、点 Q は 4 秒後に点 C にそれぞれ到着するため、

x の変域は $0 \leq x \leq 4$ となります。

[5]

正方形の上半分に注目すると、縦 10cm 横 20cm の長方形と考えることができる。

箱の高さを x cm とすると、この長方形を切り取った部分は 1 辺の長さ x cm の正方形といえる。

よって、底面となる長方形の縦の長さは、もとの長方形の縦の長さ 10cm から x cm を引いた $(10-x)$ cm となる。

同様に、底面となる長方形の横の長さは、もとの長方形の横の長さ 20cm から x cm を 2 つ引いた $(20-2x)$ cm となる。

この底面の長方形の面積が 72 cm^2 となるので、以下の方程式が成り立つ。

$$(20 - 2x)(10 - x) = 72$$

$$200 - 20x - 20x + 2x^2 = 72$$

$$2x^2 - 40x + 128 = 0$$

$$x^2 - 20x + 64 = 0$$

$$(x - 4)(x - 16) = 0$$

直方体の箱を作れるのは $0 < x < 10$ より、 $x = 4$

したがって、箱の高さは **4 cm**

[5]

底面の長方形の縦の長さは $(10-x)$ cm となっていることからわかるように、 x の値を 10 以上にすることはできません。

[6]

(1)

①：イ

②：エ

③：ウ

ア～エのうち、ウとエが上に凸(グラフが下に開く)なので、それぞれ②③のどちらかになる。

放物線 $y = ax^2$ のグラフは a の絶対値が大きいほど放物線は y 軸に近づく。

よって、絶対値の大きいウが③、絶対値の小さいエが②となる。

次に①のグラフは②のグラフよりもグラフの開きが小さいため、①の a の絶対値は②の絶対値 $\frac{1}{2}$ より大きい。アとイのうち、 a の絶対値が $\frac{1}{2}$ より大きいのはイであるため、イが①となる。

(2) (1)より、③のグラフは $y = -3x^2$

x 軸について対象移動すると、 a の符号が逆になる。

よって、 $y = 3x^2$

[7]

(1) 変化の割合は $\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ で求めることができる。

$y = ax^2$ について

$x = -3$ のとき、 $y = 9a$

$x = 1$ のとき、 $y = a$

よって、変化の割合は

$$\frac{a - 9a}{1 - (-3)} = \frac{-8a}{4} = -2a$$

また、関数 $y = x - 2$ の変化の割合は x の係数と等しいので、1とわかる。

変化の割合が等しいので、

$$-2a = 1$$

よって、 $a = -\frac{1}{2}$

(2)

関数 $y = -2x^2$ で y の最大値が $-\frac{1}{2}$ で、0 になっていないので、 $a < 0$ とわかる。

$y = -2x^2$ について

$x = -3$ のとき、最小値 b となり、 $x = a$ のとき、最大値 $-\frac{1}{2}$ をとる。

$x = -3$ を代入すると、 $y = -18$

よって $b = -18$

$y = -\frac{1}{2}$ を代入すると、

$$-\frac{1}{2} = -2x^2$$

$$x^2 = \frac{1}{4}$$

$$x = \pm \frac{1}{2}$$

$a < 0$ より、 $a = -\frac{1}{2}$

したがって、 $a = -\frac{1}{2}$, $b = -18$

[7](2)

$a < 0$ を忘れて $a = \pm \frac{1}{2}$ としないように注意しましょう。

[8]

2次方程式 $(\sqrt{2}-7)(x-3)^2 + 2(x-a)^2 + a = -ax + 42$ の解の1つが $x = 3$ とあるので、

$x = 3$ を代入すると、

$$2(3-a)^2 + a = -3a + 42$$

$$2(9-6a+a^2) + a = -3a + 42$$

$$18-12a+2a^2+a = -3a+42$$

$$2a^2-8a-24=0$$

$$a^2-4a-12=0$$

$$(a-6)(a+2)=0$$

a は正の数なので、

$$a = 6$$

[8]

$(\sqrt{2}-7)(x-3)^2$ の部分は $x = 3$ を代入すると 0 になることがわかるので、展開する前に代入しましょう。