

鶴川第二中学校

2024 年 1 学期期末テスト

3 年数学 解答解説

- ・ この解説は個別学習塾^{フォーカスワン}FOCUS01が作成したものです。
- ・ 定期テストの復習用としてご使用ください。
- ・ 現在 FOCUS01 にお通いでない方でも使用可能です。
- ・ 問題用紙は自身でご用意をお願いいたします。
- ・ 内容に誤りがあった場合は、訂正の上、再度アップロードいたします。
- ・ FOCUS01 では無料体験授業を実施中です。もしご興味ございましたら、
当塾ホームページか公式 LINE からお気軽にお問い合わせください。

[1]

(1)

$$\begin{aligned} \textcircled{1} & (-8x + 2) \times (-3y) \\ & = \mathbf{24xy - 6y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} & (32x^2 - 24xy) \div 8x \\ & = \mathbf{4x - 3y} \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned} \textcircled{1} & (x - 8)^2 \\ & = \mathbf{x^2 - 16x + 64} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} & (2x - 7)(2x + 1) \\ & = \mathbf{4x^2 - 12x - 7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} & (x - 3)(x + 2)(x + 3)(x - 2) \\ & = (x - 3)(x + 3)(x + 2)(x - 2) \\ & = (x^2 - 9)(x^2 - 4) \\ & = \mathbf{x^4 - 13x + 36} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} & (x - y + 4)(x + y - 4) \\ & = -(-x + y - 4)(x + y - 4) \end{aligned}$$

$(y - 4) = A$ とすると、

$$\begin{aligned} & -(A - x)(A + x) \\ & = -(A^2 - x^2) \\ & = -A^2 + x^2 \\ & = -(y - 4)^2 + x^2 \\ & = -(y^2 - 8y + 16) + x^2 \\ & = \mathbf{x^2 - y^2 + 8y - 16} \end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned} \textcircled{1} & 9a^2 - 3a \\ & = \mathbf{3a(3a - 1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} & x^2 - 11x + 24 \\ & = \mathbf{(x - 8)(x - 3)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} & 9x^2 + 30xy + 25y^2 \\ & = \mathbf{(3x + 5y)^2} \end{aligned}$$

(2)②

$2x = a$ とすると、

$$\begin{aligned} & (a - 7)(a + 1) \\ & = a^2 - 6a - 7 \\ & = (2x)^2 - 6 \times 2x - 7 \\ & = \mathbf{4x^2 - 12x - 7} \end{aligned}$$

(2)③

かける順番を変えることでその後の計算が楽になります。

(2)④

$(y - 4) = A$ と置き換えることで、乗法公式を利用できるようします。

(3)③

共通因数でくくることができない状況で、 x^2 の係数が1でない場合は、

$(ax + by)^2$ の可能性を考えましょう。

$$\begin{aligned} &④ 3a^2 + 18ab - 216b^2 \\ &= 3(a^2 + 6ab - 72b^2) \\ &= \mathbf{3(a + 12b)(a - 6b)} \end{aligned}$$

(3)④

乗法公式を考える前に、まずは共通因数でくくれないかを考えましょう。

$$\begin{aligned} &⑤ xy + 2x - 2y - 4 \\ &= x(y + 2) - 2(y + 2) \end{aligned}$$

(y + 2)を共通因数としてくくると

$$(x - 2)(y + 2)$$

(3)⑤

$$y(x - 2) + 2(x - 2)$$

としても同じ答えになります。

どちらかの文字で整理してみると共通因数が見つかります。

$$⑥ 4(x + 2)^2 - 64$$

(x + 2) = Aとすると、

$$\begin{aligned} &4A^2 - 64 \\ &= 4(A^2 - 16) \\ &= 4(A + 4)(A - 4) \\ &= 4(x + 2 + 4)(x + 2 - 4) \\ &= \mathbf{4(x + 6)(x - 2)} \end{aligned}$$

(3)⑥

置き換えずに展開してから因数分解をしても答えることができます。

[2]

$$\begin{aligned} &(1) \sqrt{2} \times \sqrt{5} \\ &= \mathbf{\sqrt{10}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &(2) \sqrt{21} \times (-\sqrt{7}) \\ &= \sqrt{3} \times \sqrt{7} \times (-\sqrt{7}) \\ &= \mathbf{-7\sqrt{3}} \end{aligned}$$

$$(3) \sqrt{5} \div \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\ &= \frac{\mathbf{\sqrt{15}}}{\mathbf{3}} \end{aligned}$$

(2)

$\sqrt{147}$ にしてから素因数分解をしても答えを出せませんが、 $\sqrt{21}$ の因数に $\sqrt{7}$

が含まれていることがわかれば、計算が簡単になります。

(3)

有理化は通分と同じように、分母にある $\sqrt{\quad}$ を消すために分母と分子に同じ数をかけて行います。

$$(4)(-\sqrt{27}) \div (-\sqrt{6})$$

$$= \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{6}}$$

$$= \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{3 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$(5)3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$$

$$= 8\sqrt{2}$$

$$(6)\sqrt{12} - \sqrt{48}$$

$$= 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$$

$$= -2\sqrt{3}$$

$$(7)2\sqrt{2} - \sqrt{5} + \sqrt{20} - \sqrt{18}$$

$$= 2\sqrt{2} - \sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}$$

$$= -\sqrt{2} + \sqrt{5}$$

$$(8)\sqrt{8} \div \sqrt{24} \times \sqrt{6}$$

$$= 2\sqrt{2} \div 2\sqrt{6} \times \sqrt{6}$$

$$= \frac{2\sqrt{2} \times \sqrt{6}}{2\sqrt{6}}$$

$$= \sqrt{2}$$

$$(9) 3\sqrt{5} - \sqrt{10} \times \sqrt{2}$$

$$= 3\sqrt{5} - \sqrt{20}$$

$$= 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$$

$$= \sqrt{5}$$

[3]

(ア) $-\sqrt{2}$ (イ) 無理数 (ウ) 有理数 (エ) 循環小数

(4)

有理化より約分を先にすると、 $\sqrt{\quad}$ 内の数字が小さくなり計算が楽になります。

(5)

$\sqrt{\quad}$ の加減は $3x + 5x = 8x$

のように、文字式と同じように考えます。

(6)

$\sqrt{\quad}$ の中が同じでなくても、

$a\sqrt{b}$ の形に直すと、計算できるようになります。

(7)

足したり引いたりできるのは、 $\sqrt{\quad}$ 内の数字が同じ時だけです。

(8)

掛け算と割り算が含まれている時は一度分数にまとめた方が計算がしやすいです。

[3]

(エ)を無限小数としてしまうと、無理数を含んでしまうため、ここでは循環小数が正解です。

[4]

n を整数とすると、2つの連続する奇数は、

$(2n - 1), (2n + 1)$ と表せる。

$$\begin{aligned} & (2n + 1)^2 - (2n - 1)^2 \\ &= (4n^2 + 4n + 1) - (4n^2 - 4n + 1) \\ &= 8n \end{aligned}$$

n は整数なので、 $8n$ は8の倍数である。

したがって、2つの連続する奇数の平方の差は8の倍数になる。

[4]

偶数は2の倍数なので、「 $2 \times$ 整数」で表せます。

奇数は偶数と1だけずれているので、「 $2 \times$ 整数 + 1」や

「 $2 \times$ 整数 - 1」で表します。

[5]

(1) $7n + 2$

(1)

「割られる数 = 割る数 \times 商 + 余り」で求められます。

たとえば、23を7で割ったら商が3で2余りますが、これは

$23 = 7 \times 3 + 2$ と表せます。

今回は商を n と考えればよいです。

$$\begin{aligned} & (2) 3200^2 + 1590^2 \\ &= (1595 \times 2 + 10)^2 + (1595 - 5)^2 \end{aligned}$$

$1595 = a$ とすると、

$$\begin{aligned} & (2a + 10)^2 + (a - 5)^2 \\ &= (4a^2 + 40a + 100) + (a^2 - 10a + 25) \\ &= 5a^2 + 30a + 125 \\ &= a(5a + 30) + 125 \end{aligned}$$

$a = 1595$ より、 $a(5a + 30)$ は1595で割り切れる。

よって余りは**125**

(2)

一応模範解答としての計算は左記のようになりますが、今回は余りを求めさえすればよいので、法則をじっくり考える時間があるなら、普通にそのまま計算をした方が速いでしょう。

[6]

$$\begin{aligned} & (1) 101^2 \\ &= (100 + 1)^2 \\ &= 10000 + 200 + 1 \\ &= \mathbf{10201} \end{aligned}$$

(1)

乗法公式が使えるように分解してから計算します。

$$\begin{aligned}
 & (2) 3.14 \times 55^2 - 3.14 \times 45^2 \\
 & = 3.14(55^2 - 45^2) \\
 & = 3.14(55 + 45)(55 - 45) \\
 & = 3.14 \times 100 \times 10 \\
 & = \mathbf{3140}
 \end{aligned}$$

(2)

3.14 を共通因数としてくくると、2乗 - 2乗の形がみえます。

さらにこれを因数分解すると、きれいな数になります。

$$\begin{aligned}
 & (3) 221 \times 221 - 219 \times 223 - 221 \times 220 + 216 \times 226 \\
 & = 221^2 - (221 - 2)(221 + 2) - 221(221 - 1) + (221 - 5)(221 + 5) \\
 & = 221^2 - (221^2 - 4) - (221^2 - 221) + (221^2 - 25) \\
 & = 221^2 - 221^2 + 4 - 221^2 + 221 + 221^2 - 25 \\
 & = 4 + 221 - 25 \\
 & = \mathbf{200}
 \end{aligned}$$

(3)

221 という数字に着目すると、複雑に見えた式もきれいに因数分解することができ、

最終的に 221^2 は消えます。

$$[7] \sqrt{2} = 1.414, \quad \sqrt{5} = 2.236$$

$$\begin{aligned}
 & (1) \sqrt{200} \\
 & = \sqrt{2} \times \sqrt{100} \\
 & = \sqrt{2} \times 10 \\
 & = 1.414 \times 10 \\
 & = \mathbf{14.14}
 \end{aligned}$$

(1)

$$\sqrt{100} = 10, \quad \sqrt{10000} = 100, \quad \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10}, \quad \sqrt{\frac{1}{10000}} = \frac{1}{100}$$

上記のような式を使えるように変形しましょう。

$$\begin{aligned}
 & (2) \sqrt{20} \\
 & = 2\sqrt{5} \\
 & = 2 \times 2.236 \\
 & = \mathbf{4.472}
 \end{aligned}$$

$$(3) \sqrt{0.2}$$

$$= \sqrt{\frac{20}{100}}$$

$$= \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{100}}$$

$$= \frac{4.472}{10}$$

$$= \mathbf{0.4472}$$

(3)

(2) で $\sqrt{20} = 4.472$ であることは求めているので、

改めて計算する必要はありません。

[8]

(1)

$$3 = \sqrt{9}$$

$$\frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} = \sqrt{8}$$

$$2\sqrt{3} = \sqrt{12}$$

$$\sqrt{8} < \sqrt{9} < \sqrt{12} \text{より、}$$

$$\frac{4}{\sqrt{2}} < 3 < 2\sqrt{3}$$

(1)

$\sqrt{\quad}$ がつく数字の大小は全て \sqrt{a} の形にしてから比べます。

(2) $\sqrt{12n}$ が自然数となるような

最小の自然数 n を求める

$$12 = 2^2 \times 3 \text{ より、}$$

$$n = 3$$

(2)

自然数になるための条件は $\sqrt{a^2}$ となることです。

よって、 $12n$ が何かの2乗になる場合を考えます。

12を素因数分解すると、 $2^2 \times 3$ となるので、3をかけたら、

$$2^2 \times 3^2 = (2 \times 3)^2 \text{となります。}$$

(3) x は2けたの自然数で、 $\sqrt{144 - 9x}$ が自然数となるような x を全て求める

正解となる可能性のある x の変域は $10 \leq x < 16$

$$x = 12 \text{ のとき } \sqrt{36} = 6$$

$$x = 15 \text{ のとき } \sqrt{9} = 3$$

よって $x = 12, 15$

(3)

(2)と同じように、 $\sqrt{a^2}$ となる場合を考えます。

x は2けたの自然数と指定があるので、

10から始めて、 $\sqrt{\quad}$ 内の数字が0になる16の手前

まで考えればよいでしょう。

(4) $4.3 < \sqrt{a} < 5$ をみたす自然数 a はいくつあるか求める

$$\sqrt{18.49} < \sqrt{a} < \sqrt{25}$$

これにあてはまる a は19,20,21,22,23,24の6つ。

(4)

$\sqrt{\quad}$ がつく数字の大小は全て \sqrt{a}

の形にしてから比べます。

不等号を見て、25を含めないように注意しましょう。